

Istituto Comprensivo Rignano – Incisa Valdarno

Percorsi didattici scuola primaria



LE FRAZIONI

- Attività 1: il “frazionometro”
- Attività 2: la frazione del numero

Scuole Primarie Incisa e Rignano - classe quinta A

Insegnante: Catia Cantini, Stefania Innocenti

a.s. 2017/2018

Curricolo di matematica

Le attività sono inserite nel curricolo di matematica della classe quinta:
comprende un percorso sulle frazioni che grazie ad attività laboratoriali

consente agli alunni di:

- costruire ragionamenti formulando ipotesi ,sostenendo le proprie idee e confrontandosi con il punto di vista altrui;
- riconoscere e utilizzare rappresentazioni diverse di oggetti matematici (numeri decimali, frazioni ...);
- sviluppare un atteggiamento positivo nei confronti della disciplina, attraverso esperienze significative calate nella realtà.

Obiettivi di apprendimento

Lo scopo di queste attività è quindi quello di rendere più saldi i concetti di frazione equivalente e impropria attraverso attività manuali di costruzione di frazioni e di confronto tra esse.

Gli obiettivi formativi sono quindi quelli di riuscire a far sì che gli studenti, al termine di queste attività, siano in grado di:

- costruire ragionamenti e sostenere le proprie tesi, grazie ad attività laboratoriali, alla discussione tra pari e all'osservazione di modelli;
- utilizzare le diverse rappresentazioni di frazioni per effettuare confronti e per operare con esse;
- imparare a trasformare in linguaggio matematico le operazioni di divisione in parti uguali (addizione di frazioni)
- operare con la frazione di una quantità numerica
- acquisire il concetto di poligono regolare

Metodologia

Per l'attività relativa alla costruzione del "frazionometro" la classe è stata suddivisa in gruppi di 4 alunni ciascuno in modo da dare a tutti la possibilità di svolgere un'attività pratica.

L'insegnante fa da coordinatrice: può intervenire nei gruppi, senza però sostituirsi agli studenti. Cerca di guidare il loro lavoro, instrada gli studenti se sono in difficoltà, li stimola ad una osservazione più attenta e puntuale, li fa riflettere se tendono ad essere troppo superficiali.

Attività a cui ci si è ispirati

L'attività di riferimento è quella svolta nell'anno scolastico da una classe quinta della Scuola Primaria di Montebonello, reperita tra i percorsi suggeriti dal Professor Piochi.

MATERIALI E STRUMENTI

Materiali necessari:

Un pannello di compensato

Strisce di cartone

Chiodi e puntine

Filo a piombo

Fogli di carta

Strumenti:

martello

Riga, squadra, goniometro

Forbici

Ambiente di lavoro

Il lavoro è svolto all'interno dell'aula organizzata come ambiente laboratoriale: banchi ad isole per favorire il lavoro a gruppi.

Nel momento di verifica del lavoro invece tutti gli alunni sono rivolti verso la parete vicino alla quale viene collocato il “frazionometro” dove vengono chiamati dimostrare le proprie scelte di risoluzione dei quesiti assegnati.

Tempi

Attività 1: il “frazionometro”:

6 interventi di 2 ore ciascuno

Il percorso può essere successivamente ampliato aggiungendo nuovi obiettivi:

- familiarizzare con il concetto di frazione impropria attraverso la risoluzione di situazioni problematiche reali (es. dividere 4 mele in parti uguali fra 3 bambini);
- imparare a dividere in parti disuguali e trasformare questi processi manuali in linguaggio matematico (es. dividere un nastro lungo 30 cm in due parti A e B di cui una deve essere 6 cm più lunga dell'altra).

Attività 2: frazione di un numero attraverso la costruzione di poligoni regolari

6 interventi di 2 ore ciascuno

Avvio dell' attività: i prerequisiti

Si parte da un'indagine sulla conoscenza pregressa del termine 'frazione' o meglio del significato di 'frazionare'.

Alcune risposte dei ragazzi:

Anna: “Significa dividere in parti uguali per esempio una torta.

Tommaso: “Dividere una tavoletta di cioccolata in parti uguali”.

Edoardo: “Dividere una parte intera in base al numero che si trova sotto la frazione”.

Vittoria: “Dividere i numeri sia in parti uguali che in parti diverse”.

Attività 1 - La costruzione del "frazionometro"

PREPARIAMO LE STRISCE

Si consegnano a gruppi di alunni una striscia di cartoncino di 50,40 cm x 6 cm e si invitano a misurarle ed a dividerle in 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 parti uguali (il numero 5040 è divisibile esattamente per questi numeri).



Ogni gruppo opera una divisione usando la riga e con la squadra traccia le linee di divisione. Gli alunni sono invitati a ragionare sulla possibilità di dividere in 2, 4, 6, 8, 10 parti senza utilizzare lo strumento di misurazione.

Osservazioni

Gli alunni devono dividere la striscia in 5 parti uguali, quindi calcolano $50,40 : 5 = 10,08$.

Segnano i punti di divisione della striscia e le 5 parti non vengono uguali, come mai?

Gli alunni sono invitati a ragionare sul fatto che la misura ottenuta non è 10,8 ma 10,08. Se 10 sono i cm, 08 è un po' meno di un mm.

Due gruppi riescono a suddividere in 4 e 8 parti uguali sovrapponendo e dividendo ancora a metà; gli altri preferiscono misurare con precisione e fare delle divisioni.

Prepariamo il filo a piombo



Abbiamo adesso dieci strisce e dobbiamo collocarle sulle strisce di compensato facendo attenzione a farle iniziare e finire tutte sulla stessa linea. Per questo utilizziamo un filo a piombo come fanno i muratori.

Per fare il filo a piombo leghiamo un bullone piuttosto pesante ad un filo rosso e l'altra estremità la fissiamo al centro della struttura con una puntina.

Ecco il nostro frazionometro



Gli alunni posizionano tutte e 10 le strisce, il nostro strumento è pronto.

Decidiamo di chiamarlo “frazionometro” perché ci serve per misurare le frazioni

Cominciamo a giocare

Prepariamo dei cartellini con sopra una frazione e collochiamoli con il nastro adesivo sullo strumento.

Le frazioni equivalenti



Adesso sistemiamo il filo a piombo ad esempio nel punto esatto dove abbiamo segnato $\frac{1}{4}$.

Che cosa notiamo?

- Il filo passa precisamente anche nel segno di $\frac{2}{8}$

quindi $\frac{1}{4}$ e $\frac{2}{8}$ sono equivalenti.

Troviamo le frazioni equivalenti

A turno i gruppi di alunni vengono ad usare lo strumento per trovare le frazioni equivalenti.

Le coppie trovate vengono trascritte sul quaderno.

Si scopre che ci possono essere anche 3 o 4 frazioni equivalenti.

Utilizzando il “frazionometro” cartaceo gli alunni sono invitati ad individuare le frazioni equivalenti a quella data utilizzando il righello come filo a piombo e colorandole con lo stesso colore.

Le frazioni individuate vengono registrate in un' apposita tabella.

Uno strumento per alunno

Andare uno alla volta ad utilizzare il “frazionometro” rallenta molto il lavoro.

Decidiamo di costruirci uno strumento più maneggevole.

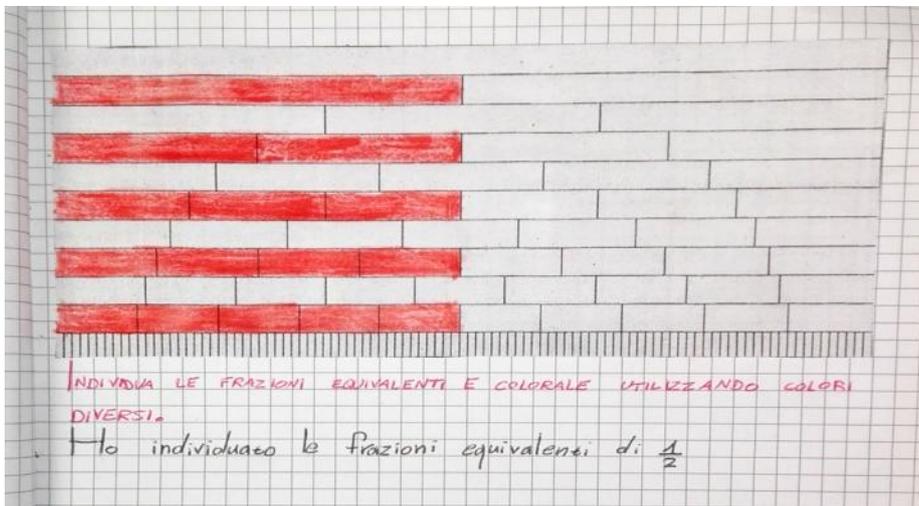
Alla LIM apriamo un file di scrittura ed inseriamo una tabella con 10 righe.

Con il tasto destro dividiamo la seconda riga in due parti uguali, la terza in tre parti e così via.

Stampiamo la tabella e la fotocopiamo.

Adesso ciascun alunno ha il suo strumento.

Strumento cartaceo per gli alunni: esercizi con il frazionometro



Attività 1
Le frazioni equivalenti

Fase 3

Ora elenca tutte le frazioni equivalenti che riesci a trovare sulla struttura. Riempi la seguente tabella:

Frazione	Frazioni equivalenti
$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{4}$ $\frac{3}{6}$ $\frac{4}{8}$ $\frac{5}{10}$
$\frac{2}{6}$	$\frac{1}{3}$ $\frac{3}{9}$
$\frac{2}{10}$	$\frac{1}{5}$
$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{8}$
$\frac{6}{8}$	$\frac{3}{4}$
$\frac{1}{7}$	
$\frac{6}{9}$	$\frac{1}{3}$ $\frac{2}{3}$
$\frac{8}{8}$	$\frac{2}{2}$ $\frac{3}{3}$ $\frac{4}{4}$ $\frac{5}{5}$ $\frac{6}{6}$ $\frac{7}{7}$ $\frac{8}{8}$ $\frac{10}{10}$
$\frac{0}{5}$	$\frac{0}{0}$

Rispondi a questa domanda: l'altezza delle strisce influenza la nostra divisione in parti uguali?

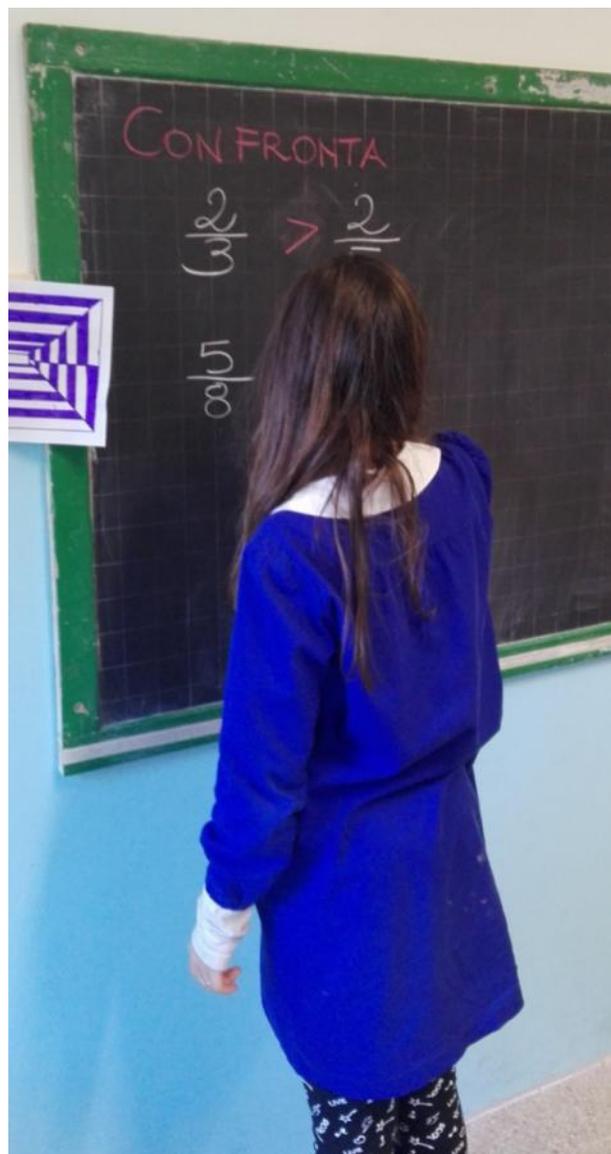
Esercizi

Con il righello possiamo utilizzare il nostro strumento per trovare le frazioni equivalenti, individuare la parte mancante per completare l'intero rafforzando il concetto di frazione complementare oppure anche per confrontare le frazioni:

È maggiore $\frac{2}{3}$ o $\frac{2}{5}$? $\frac{3}{4}$ o $\frac{2}{4}$?

Mettiamo il segno maggiore o minore o uguale fra due frazioni presenti nello strumento.

Confronto tra frazioni



USANDO LO STROTTATO CONFRONTA LE SEGUENTI FRAZIONI.

$$\frac{3}{4} > \frac{2}{4}$$
$$\frac{5}{8} > \frac{3}{8}$$

SE DUE FRAZIONI HANNO LO STESSO DENOMINATORE È SEMPRE MAGGIORE QUELLA CON IL NUMERATORE MAGGIORE



Somma fra frazioni

Possiamo sommare due frazioni che hanno lo stesso denominatore spostando in avanti il filo a piombo.

Che succede se sommo $\frac{3}{8}$ e $\frac{5}{8}$?

Che succede se sommo $\frac{6}{9}$ e $\frac{5}{9}$?

Gli alunni si accorgono che la frazione è equivalente all'intero oppure “lo supera”: si parla di frazione apparente o impropria.

Si introduce così il prossimo argomento.

Verifiche

Una prima verifica importante e positiva è data dall'osservazione dell'impegno dei ragazzi e dalla loro richiesta di svolgere l'attività (es: “Oggi lavoriamo con le frazioni? Io amo le frazioni!”; “Fare matematica così è anche divertente!”)

In generale l'utilizzo dello strumento ha suscitato un notevole interesse catalizzando l'attenzione di tutti gli alunni.

Attività 2 – La frazione del numero attraverso la costruzione di poligoni regolari

Ad ogni alunno è stata dato un spago lungo 50,4 cm, cioè la lunghezza esatta della striscia di carta che avevano usato col “frazionometro”, una tavoletta di compensato e delle puntine.

Se ne avevano necessità, potevano usare riga e goniometro.

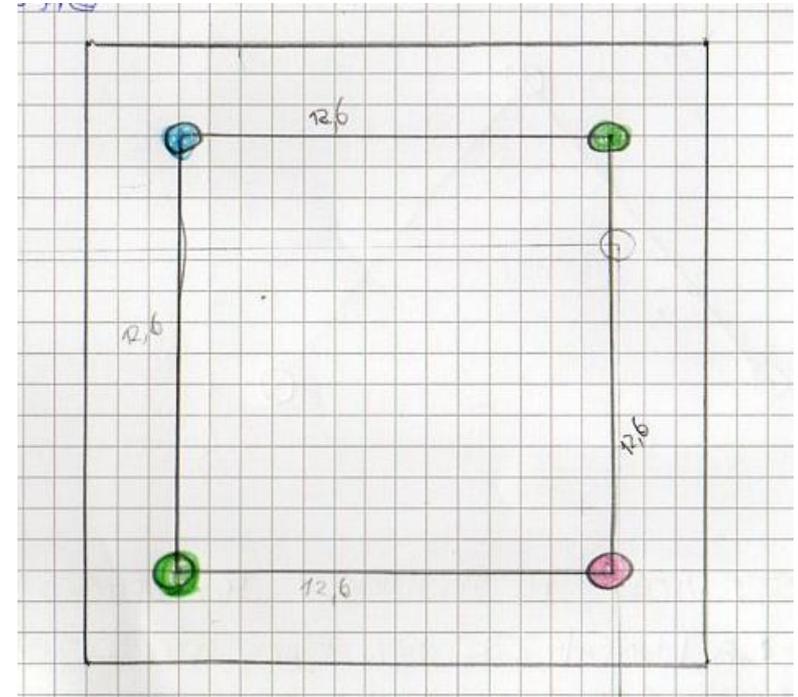
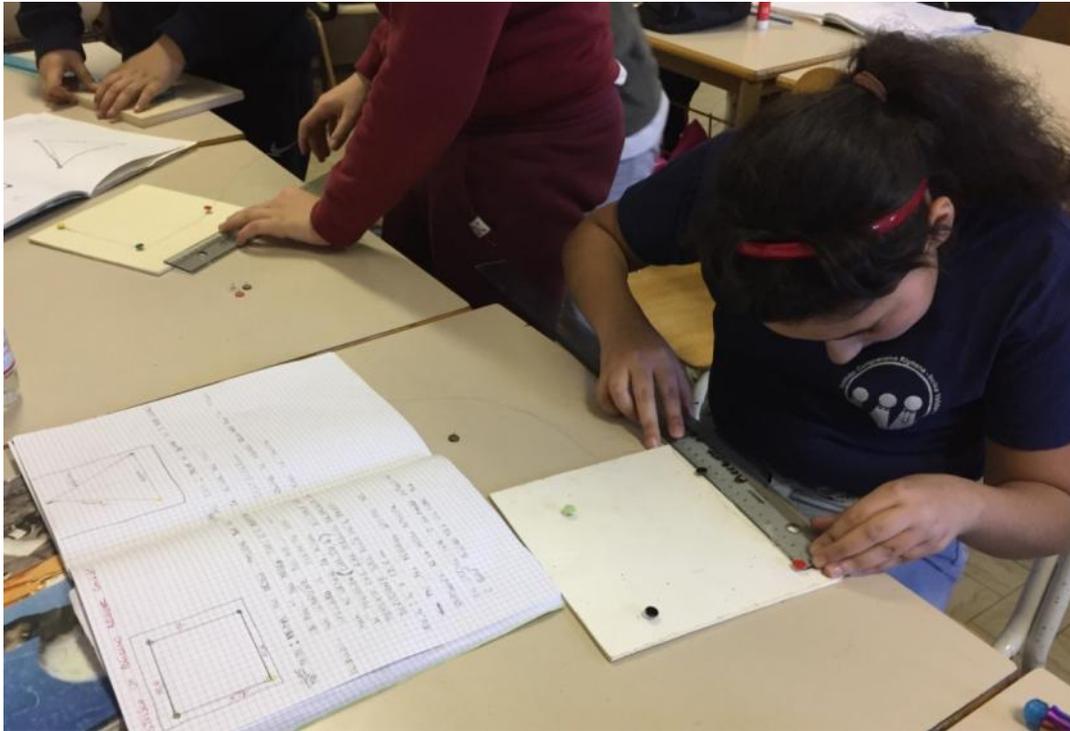
Richiesta dell’insegnante: costruisci un poligono regolare con 4 lati; la maggior parte dei bambini ha costruito un quadrato, alcuni un rombo.

La richiesta successiva era di realizzare un poligono con tre lati, ed hanno costruito il triangolo equilatero.

Infine hanno costruito altri poligoni a piacere: il pentagono, l’ esagono e l’ ottagon.

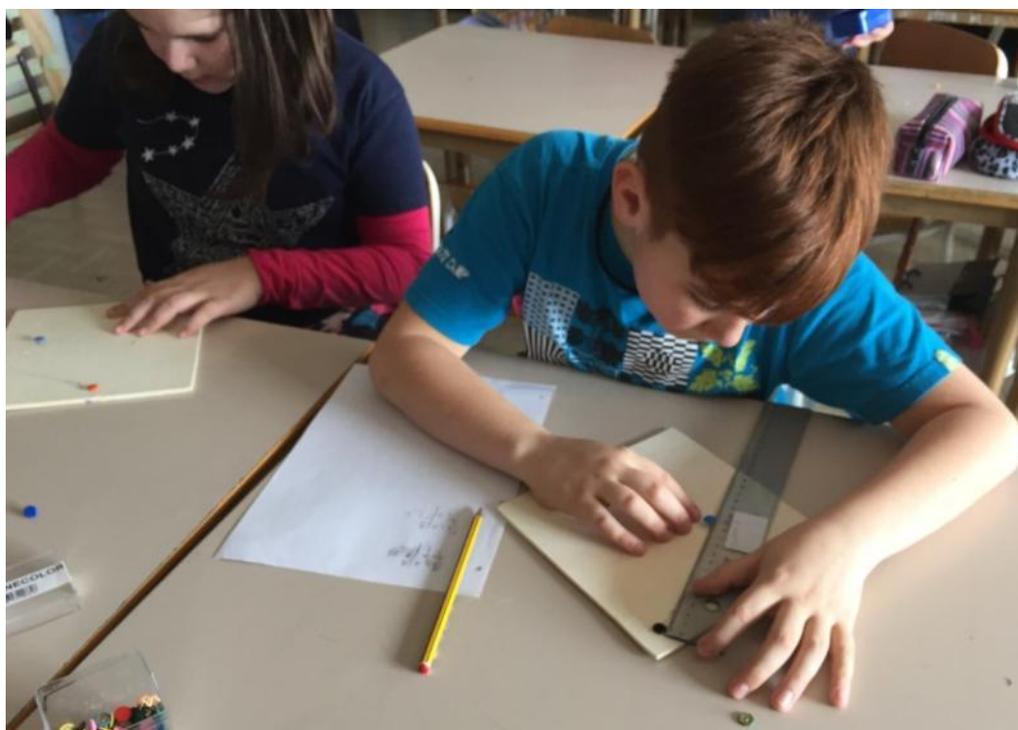
Dai quaderni degli alunni: COSTRUISCO UN POLIGONO REGOLARE CON 4 LATI

Il quadrato



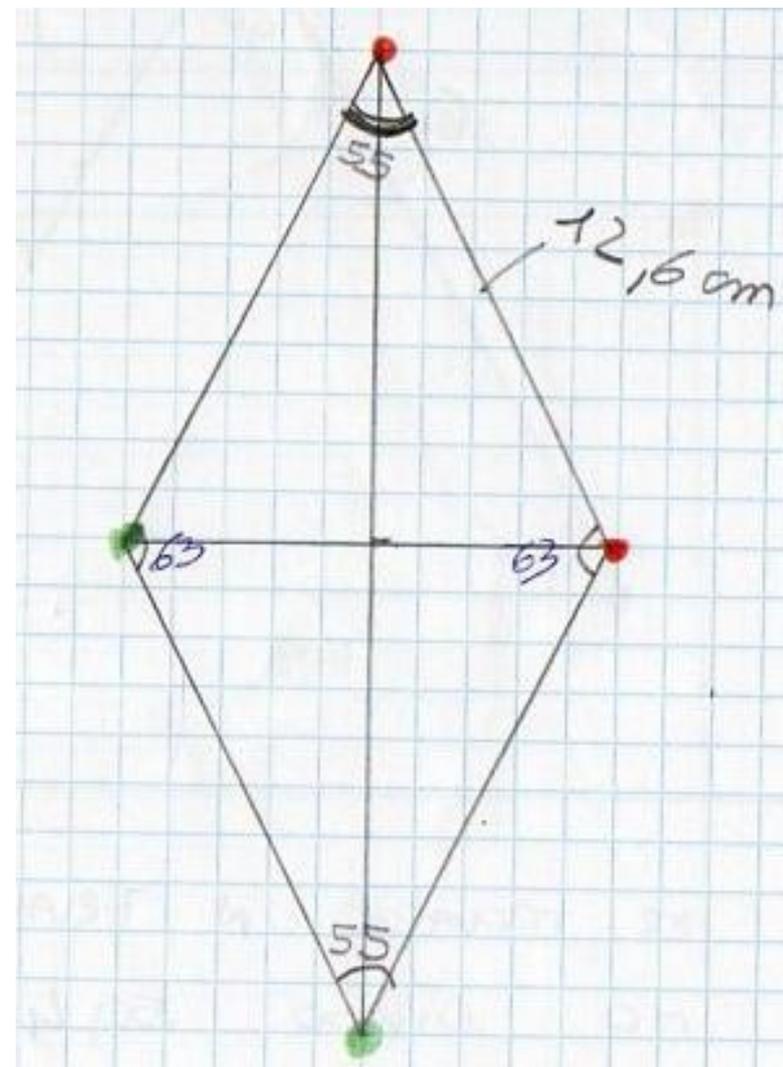
Io per costruire il quadrato ho diviso in 4 parti il filo di 50,4 cm e torna 12,6 cm la lunghezza di un lato. All'inizio e alla fine del lato ho messo una puntina e l'ho rifatto per tutti i lati.

$$\frac{1}{4} \text{ di } 50,4 \text{ cm} = 12,6 \text{ cm}$$



Il rombo

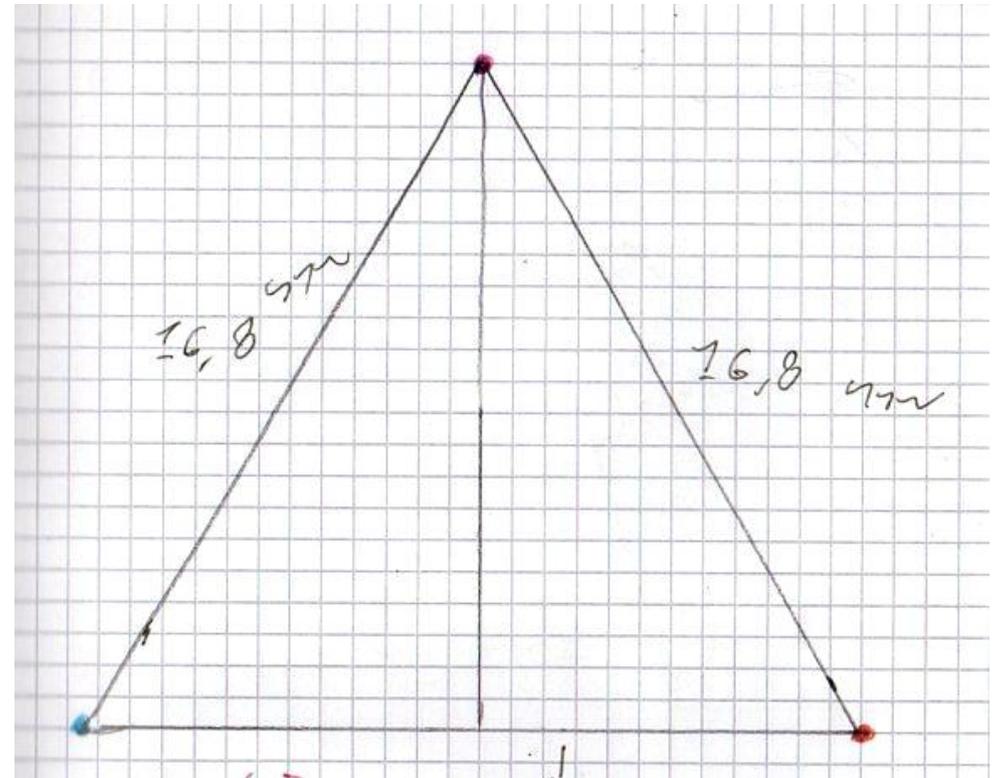
Per fare il rombo io ho fatto un po' di tentativi però sono partita da un quadrato e piano piano lo allungavo e lo stringevo. Un lato è un quarto: $12,6 \text{ cm}$ ($\frac{1}{4}$ di $50,4 \text{ cm} = 12,6 \text{ cm}$)



Dai quaderni degli alunni: COSTRUISCO UN POLIGONO REGOLARE CON 3 LATI



Il triangolo

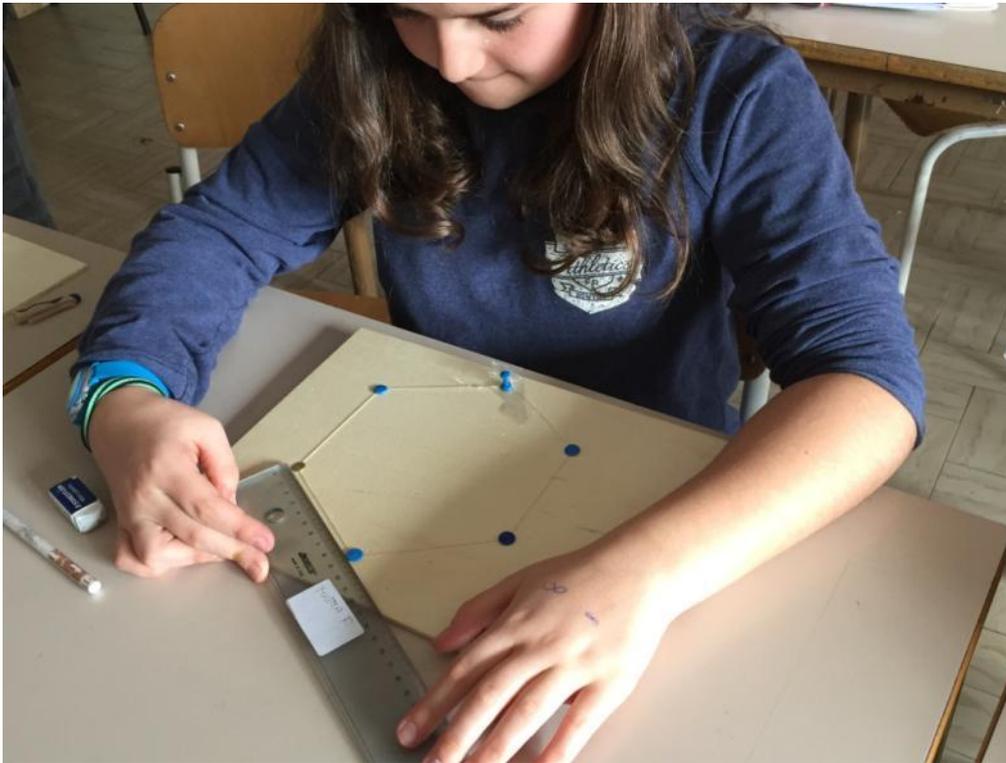


Io prima ho diviso 50,4 cm per tre che mi viene 16,8 cm, cioè un lato.

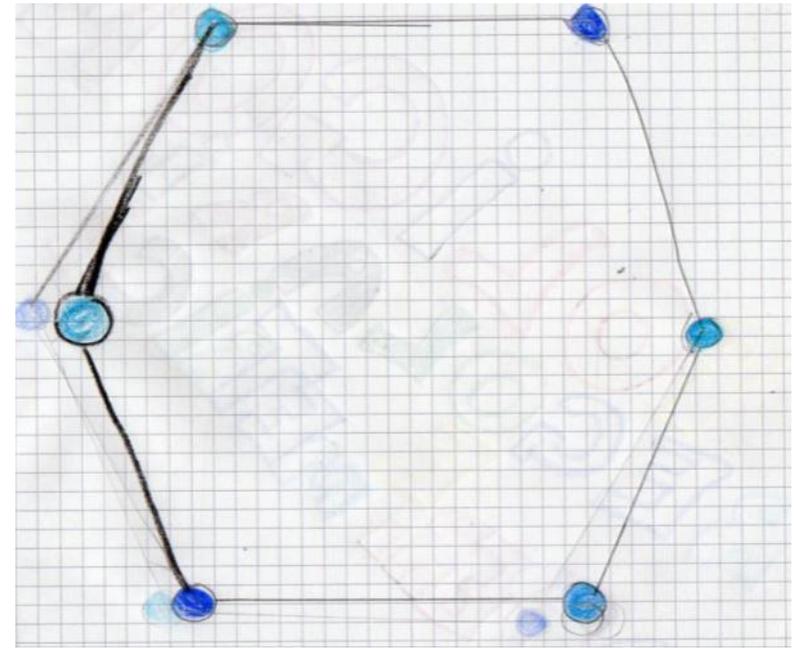
Prima ho costruito la base, poi con il goniometro ho segnato 60° e ho fatto anche a quell'altro. Poi ho trovato l'altezza e il filo l'ho fatto passare sopra ogni segno che ho fatto.

Ogni lato è $\frac{1}{3}$ del filo, cioè 12,8 cm.

Dai quaderni degli alunni: COSTRUISCO ALTRI POLIGONI REGOLARI

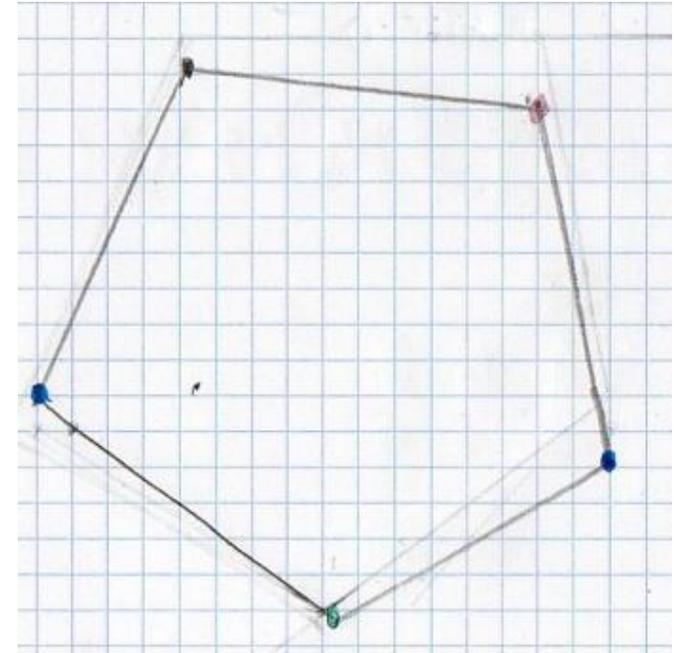


L' esagono



Ho costruito un esagono: ogni suo lato è 8,6 e cm 8,6 cm sono un sesto del filo; ogni angolo è 120° . Per trovare un sesto ho diviso 50,4 cm diviso 6.

Il pentagono

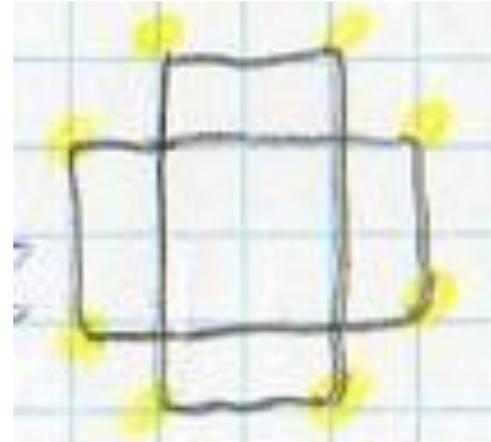


Ho diviso la lunghezza del filo in 5 parti uguali per sapere quanto misurava un lato e mi è venuto 10,2 cm, cioè $\frac{1}{5}$ del perimetro. Da lì ho misurato con il goniometro 105° ma quando l'ho fatto, non tornava. Quindi ho provato l'angolo di 110° ed è venuto il pentagono.



L' ottagono

Io ho costruito un ottagono di cui un lato misura 6,3 cm e gli angoli sono di 140° .
Prima ho fatto la divisione: $50,4 : 8 = 6,3$ cm.
Guardando la figura ho scoperto che erano due rettangoli, così ho messo le puntine a tutti gli angoli dei rettangoli.



6,3 cm è $\frac{1}{8}$ del filo cioè del perimetro dell'ottagono

Osservazioni dell'insegnante

È stato abbastanza immediato trovare la lunghezza dello spago che corrispondeva alla lunghezza del lato dei vari poligoni.

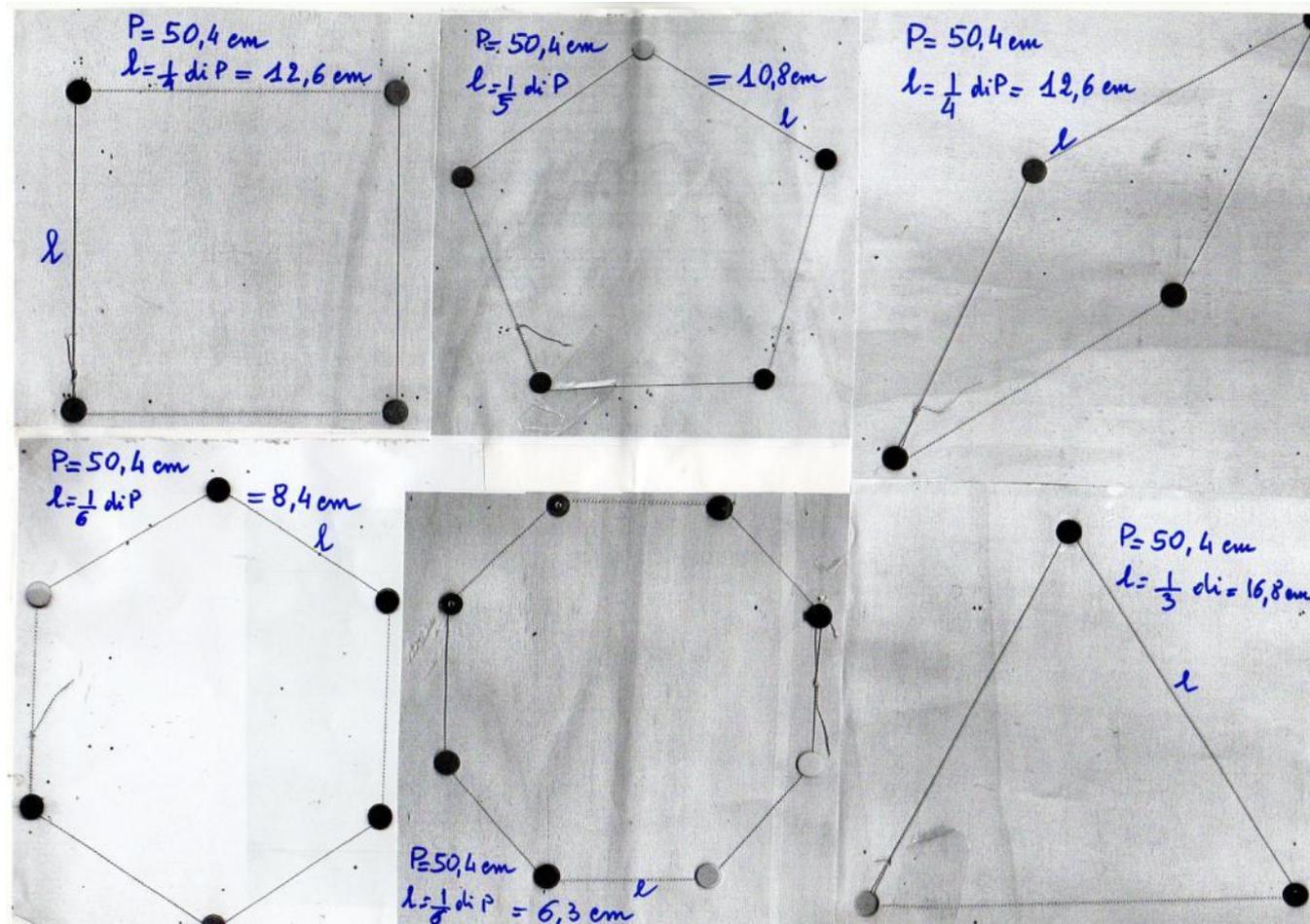
Dopo la costruzione del quadrato, per il quale alcuni hanno proceduto dividendo a metà il filo e poi dimezzandolo ancora, tutti hanno diviso 50,4 cm per il numero dei lati del poligono che dovevano costruire.

Più difficile è stata invece la realizzazione della figura sulla tavoletta di compensato con le puntine e il filo.

Stabilita la lunghezza dei lati, hanno proceduto per tentativi per trovare l'ampiezza degli angoli.

Condivisione delle scoperte

Fotocopiati i poligoni costruiti e rimpiccioliti, sono stati montati su un tabellone ed è stato consegnato a ciascuno in modo che tutti avessero i lavori di tutti. Sono state condivise le scoperte relative alla lunghezza del lato di ogni poligono e alla frazione di perimetro che ogni lato rappresentava.



Poiché gli alunni nel costruire i poligoni regolari avevano incluso anche il rombo, considerando solo l'uguaglianza dei lati e trascurando invece gli angoli, l'insegnante li porta a riflettere su cosa si intenda per poligono regolare.



I POLIGONI COSTRUITI, SONO REGOLARI?

SI NO

PERCHE'?

Spiega

Misurano i lati e gli angoli di ogni figura riprodotta sul tabellone e ognuno scrive le proprie considerazioni.

Misurati anche gli angoli, vengono condivise le scoperte fatte individualmente:



1) non tutti gli angoli dei poligoni con più di 4 lati sono uguali tra loro, ci sono pochi gradi di differenza tra un angolo e l'altro, dovuti forse a imprecisione nella costruzione.

2) nel rombo invece c'è tanta differenza tra le due coppie di angoli.

Si discute allora su cosa si intenda per poligono regolare e si conclude che per essere regolare un poligono deve avere uguali non solo i lati ma anche gli angoli.

Dopo la discussione, ognuno fa le proprie considerazioni conclusive.
Ne trascrivo alcune

Non tutti i poligoni sono regolari perché esaminandoli ho visto che per essere regolari devono avere i lati e gli angoli tutti uguali e il rombo ha gli angoli uguali, ma a due a due, però ha i lati tutti uguali.

I poligoni sono regolari se hanno tutti i lati e gli angoli uguali e tra questi il rombo è irregolare perché ha due angoli acuti e due ottusi.

Secondo me sono tutti regolari tranne il rombo perché anche se i lati sono uguali, gli angoli invece di essere tutti uguali, sono uguali 2 a 2.

Si conclude insieme:
UN POLIGONO È REGOLARE SE HA SIA I LATI CHE GLI ANGOLI
TUTTI UGUALI TRA LORO, quindi il rombo è un poligono IRREGOLARE

Lavoro di sintesi collettivo.

I POLIGONI COSTRUITI SONO REGOLARI?
(SÌ, NO E PERCHÉ)

IL QUADRATO
È REGOLARE PERCHÉ HA I LATI UGUALI E GLI ANGOLI UGUALI (90° e $12,6 \text{ cm}$)

IL PENTAGONO: È REGOLARE PERCHÉ HA TUTTI I LATI E GLI ANGOLI UGUALI (107° e $10,08 \text{ cm}$)

IL ROMBO: NON È REGOLARE PERCHÉ NON HA GLI ANGOLI UGUALI

L'ESAGONO: È REGOLARE PERCHÉ HA I LATI E GLI ANGOLI UGUALI TRA LORO (120° e $2,4 \text{ cm}$)

L'OTTAGONO: È REGOLARE PERCHÉ HA TUTTI I LATI E GLI ANGOLI UGUALI (135° e $6,3 \text{ cm}$)

IL TRIANGOLO: È REGOLARE PERCHÉ HA TUTTI I LATI E GLI ANGOLI UGUALI (60° e $16,8$) È EQUILATERO

CONCLUSIONE:
TUTTI I POLIGONI SONO REGOLARI TRANNE IL ROMBO PERCHÉ HA GLI ANGOLI DIVERSI (OTTUSI E ACUTI)
QUELLI ACUTI SONO 35° QUELLI OTTUSI INVECE SONO 145° .
IL ROMBO NO PERCHÉ PER ESSERE REGOLARE BISOGNA AVERE GLI ANGOLI E I LATI UGUALI TRA LORO.

Altre considerazioni dal tabellone

Il filo con cui sono stati costruiti i poligoni misura sempre 50,4 cm, per cui TUTTI i poligoni hanno lo STESSO perimetro e si dicono ISOPERIMETRICI.

Aumentando il numero dei lati, diminuisce la lunghezza di ognuno, cioè MAGGIORE è il DENONIMATORE della frazione e MINORE è il VALORE dell' UNITÀ FRAZIONARIA.

VERIFICA

È stata predisposta una scheda per verificare le competenze acquisite nell'operare con le frazioni.

Potevano rispondere alla richiesta in più modi.

Di ogni contorno traccia SOLO la parte indicata dalla frazione e calcola la relativa lunghezza.

	<p>2/4 del Perimetro</p> $50,4 : 4 = 12,6 \text{ cm} \quad \frac{1}{4}$ $12,6 + 12,6 = 25,2 \text{ cm} \quad \frac{2}{4}$ $50,4 : 2 = 25,2 \text{ cm} \quad \frac{2}{4}$
	<p>3/4 del Perimetro</p> $50,4 : 4 = 12,6 \text{ cm} \quad \frac{1}{4} \quad 12,6 \times 3 = 37,8 \text{ cm} \quad \frac{3}{4}$ $50,4 - 12,6 = 37,8 \text{ cm} \quad \frac{3}{4}$
	<p>2/3 del Perimetro</p> $50,4 : 3 = 16,8 \text{ cm} \quad \frac{1}{3} \quad 16,8 \times 2 = 33,6 \text{ cm} \quad \frac{2}{3}$ $50,4 - 16,8 = 33,6 \text{ cm} \quad \frac{2}{3}$
	<p>3/5 del Perimetro</p> $50,4 : 5 = 10,08 \text{ cm} \quad \frac{1}{5} \quad 10,08 \times 3 = 30,24 \text{ cm} \quad \frac{3}{5}$ $10,08 + 10,08 = 20,16 \text{ cm} \quad 50,4 - 20,16 = 30,24 \text{ cm}$
	<p>4/6 del Perimetro</p> $50,4 : 6 = 8,4 \text{ cm} \quad \frac{1}{6} \quad 8,4 \times 4 = 33,6 \text{ cm} \quad \frac{4}{6}$ $8,4 \times 2 = 16,8 \text{ cm} \quad \frac{2}{6} \quad 50,4 - 16,8 = 33,6 \text{ cm} \quad \frac{4}{6}$
	<p>5/8 del Perimetro</p> $50,4 : 8 = 6,3 \text{ cm} \quad \frac{1}{8} \quad 6,3 \times 5 = 31,5 \text{ cm} \quad \frac{5}{8}$ $50,4 : 2 = 25,2 \text{ cm} \quad 25,2 + 6,3 = 31,5 \text{ cm} \quad \frac{5}{8}$